

第一节 集合

批注 [A1]: 复习性质

目的要求: 复习与提高集合的相关知识, 并掌握邻域的概念。

教学内容: 集合, 绝对值, 区间和邻域

重点难点: 邻域的概念及数学语言的描述.

教学课时: 1 课时

教学过程

一 集合的概念

1. 集合 集合是指具有某种共同属性的事物的总体.

例如: 一个教室里的所有课桌; 代数方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 所有根; 自然数的全体等, 分

别组成一个集合, 用 $A, B, C, \dots$ 等大写拉丁字母表示.

组成这个集合的事物或个体称为该集合的元素. 用 $a, b, c, \dots$ 等小写拉丁字母表示.

如果 a 是集合 A 的元素, 记为 $a \in A$; 如果 b 不是集合 A 的元素, 记为 $b \notin A$ (或 $b \in \bar{A}$).

2. 集合的表示法

(1) 列举法 将集合中的元素列举出来的表示法.

例如: 小于 10 的正奇数所组成的集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; 如果一个教室里有五只日光灯所组

成的集合 $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$. 其中 $b_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 分别表示第 i 只日光灯.

(2) 描述法 用一个命题 (或一句话) 来描述集合中所有元素的属性, 以表示集合的方法为描述法.

例如: 上例 A 可表示为 $A = \{x | x \text{ 是小于 } 10 \text{ 的正奇数}\}$; C 是方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解集:

列举法: $C = \{1, 3\}$; 描述法: $C = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$

3. 有限集与无限集

一个集合中, 若只有有限个元素, 则称为有限集; 不是有限集的集合称为无限集.

例如: 上述讨论的集合 A, B, C 都是有限集.

自然数的集合 $\underline{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$;

全体正整数的集合 $\underline{N}^* = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$ 都是无限集.

4. 集合的关系

(1) 子集 若一个集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素, 称 A 是 B 的子集. 记为

$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)

(2) 相等子集 若集合 A 与集合 B 含有相同的元素, 称 A 与 B 相等, 记为 $A = B$ (或 $B = A$)

(3) 真子集 若 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$, 称 A 是 B 的真子集, 记为 $A \subset B$

对于数集几个符号的解释:

数集字母的右上角标上“*”时,表示该数集内排除数0的集合, $\underline{N}^* = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$

是 $\underline{N}$ 中除去0的所得集合.

数集字母的右上角标上“+”时,表示该数集内排除0与负数的集合,全体实数集合 $\underline{R}, \underline{R}^+$ 为排除数0的实数集, $\underline{R}^+$ 表示全体正实数集. 全体整数集为 $\underline{Z}$, 全体有理数的集合为 $\underline{Q}$.

(4) 空集 不含任何元素的集合称为空集, 记作 $\emptyset$.

例如: $\{x | x \in \underline{R} \text{ 且 } x^2 + 2 = 0\}$ 是空集.

二 集合的运算

设 A 和 B 是两个集合

(1) 集合的并 所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的并集(简称并). 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ (图1-1).

例如: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 与 $B = \{2, 3, 4, 5, 7\}$ 的并 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

(2) 集合的交 所有既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集(简称交), 记作 $A \cap B$. 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$. (图 1-2) 例如: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 与 $B = \{2, 3, 4, 5, 7\}$ 的交 $A \cap B = \{2, 3, 4\}$

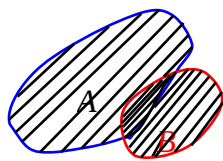


图 1-1

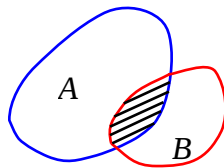


图 1 1-2

(3) 集合的差 所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的差集(简称差), 记作 $A \setminus B$ 即 $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$. 例如: $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 则 $A \setminus B = \{x | 0 < x \leq 1\}$.

(4) 全集 把所考察的事物的全体称为全集(相对全集), 用 U 表示. 例如: 讨论实数问题, 可把实数全体 $\underline{R}$ 看成全集.

(5) 余集 设 A 是一个集合, U 是包含 A 的全集, 把 $U \setminus A$ 称为 A 的余集或补集, 记作 $C_U A$. (图 1-4)

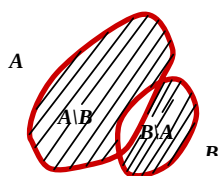


图 1-3

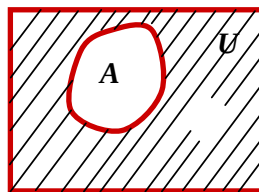


图 1-4

例如：全集为 R ， $A = \{X \mid 0 \leq X < 1\}$ 的全集为 $C_R A = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$ 。

三实数的绝对值

对于任意一个实数 x ，它的绝对值为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

绝对值的性质：设 a, b 为任意实数，则有

$$(1) |a| = \sqrt{a^2}; \quad (2) |a| \geq 0, \text{ 仅当 } a = 0 \text{ 时}, |a| = 0;$$

$$(3) |-a| = |a|; \quad (4) -|a| \leq a \leq |a|;$$

$$(5) |a + b| \leq |a| + |b|; \quad (6) ||a| - |b|| \leq |a - b|;$$

$$(7) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|; \quad (8) \left| \frac{b}{a} \right| = \frac{|b|}{|a|};$$