

图 1-3

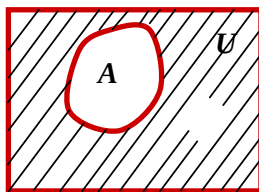


图 1-4

例如：全集为 R ， $A = \{X \mid 0 \leq X < 1\}$ 的全集为 $C_R A = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$ 。

三实数的绝对值

对于任意一个实数 x ，它的绝对值为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

绝对值的性质：设 a, b 为任意实数，则有

$$(1) |a| = \sqrt{a^2}; \quad (2) |a| \geq 0, \text{ 仅当 } a = 0 \text{ 时}, |a| = 0;$$

$$(3) |-a| = |a|; \quad (4) -|a| \leq a \leq |a|;$$

$$(5) |a+b| \leq |a| + |b|; \quad (6) ||a| - |b|| \leq |a-b|;$$

$$(7) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|; \quad (8) \left| \frac{b}{a} \right| = \frac{|b|}{|a|};$$

三 区间与邻域

批注 [A2]: 本书重点

1. 区间 设 a, b 都是实数，且 $a < b$ 。

(1) 开区间 数集 $\{x \mid a < x < b\}$ 称为开区间，记作 (a, b) ，即 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ 开

区间端点 $a \notin (a, b)$ ， $b \notin (a, b)$ (图1-5(b))

(2) 闭区间 数集 $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ 称为闭区间，记作 $[a, b]$ ，即 $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ 闭

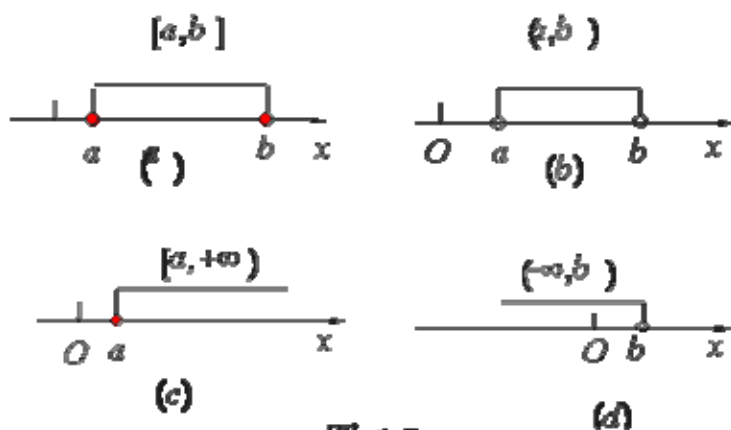
区间端点 $a \in [a, b]$ ， $b \in [a, b]$ (图1-5(a))

(3) 半开区间 $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$ ， $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$

(4) 无限区间 $[a, +\infty) = \{x \mid x \geq a\}$ ， $(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$ ，

全体实数集 R 可记作 $(-\infty, +\infty)$ 。

批注 [微软用户3]: 在不辨明所论区间是否包含端点及是否有限或无限时，可简单地称为“区间”，且常用 I 表示。



2. 邻域

以点 x_0 为中心的任何开区间称为点 x_0 的邻域，记作 $U(x_0)$ 。

以 x_0 为中心，以 $2\delta (\delta > 0)$ 为长度的开区间称为 x_0 的 δ 邻域，记作 $U(x_0, \delta)$ ，即

$$U(x_0, \delta) = \{x \mid |x - x_0| < \delta\} \text{ 或 } (x_0 - \delta, x_0 + \delta), \text{ (图1-6(a))}$$

在 $U(x_0, \delta)$ 中去掉 x_0 ，称为点 x_0 的去心 δ 邻域，记作 $\dot{U}(x_0, \delta)$ ，

$$\text{即 } \dot{U}(x_0, \delta) = \{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta\} \text{ 或 } (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta) \text{ (图1-6(b))}$$

例如 $U(2, 0.5) = \{x \mid |x - 2| < 0.5\}$ 可以表示为 $(1.5, 2.5)$

$$\dot{U}(2, 0.5) = \{x \mid 0 < |x - 2| < 0.5\} \text{ 可以表示为 } (1.5, 2) \cup (2, 2.5)$$

